

## Animation Maths 21/11/07 CM1 Calcul mental

Le groupe s'est donné deux tâches :

?? bâtir une progression de calcul mental adaptée à sa classe (cf. les répartitions ce calcul mental pour le cycle 3, documents de travail de J-F.Favrat)

?? lister des activités de travail mental en numération.

**Difficulté constatée** : erreurs dans les dictées de nombres (mauvaise gestion du passage de l'oral à l'écrit, trop de chiffres, des zéros parasites, etc.)

### Exemples d'activités visant à améliorer la représentation mentale des nombres :

Ecouter le nombre, écrire le nombre de chiffres de ce nombre

Dire le plus grand nombre à trois chiffres, le plus petit nombre à trois chiffres, etc.

Dire oralement un nombre ayant un nombre de chiffres imposé

Distinguer chiffre de... et nombre de....

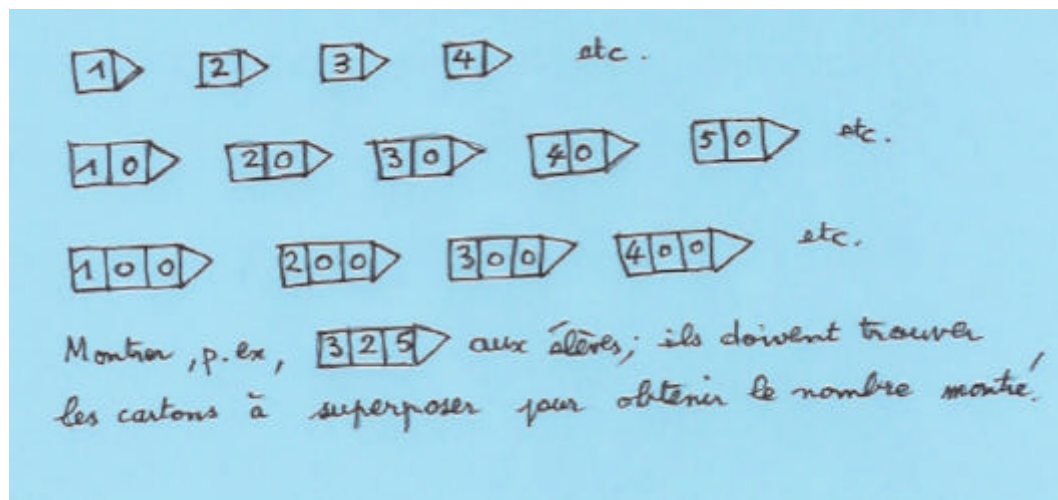
Encadrer un nombre entendu entre deux multiples de 10, entre deux puissances de 10, etc.

Arrondir à la dizaine, à la centaine, à l'unité de mille supérieure...

Produire une file numérique.

Trouver le précédent, le suivant.

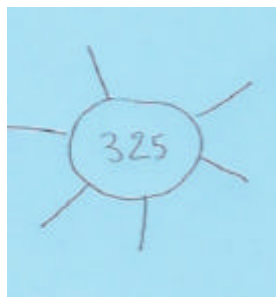
Décomposer des petits nombres, cad inférieurs à 1000 à l'aide de cartons à superposer.



Demander toutes les formes d'écriture d'un nombre, par exemple pour 325

$300 + 20 + 5$       3 centaines 2 dizaines 5 unités       $(3 \times 100) + (2 \times 10) + 5$

à représenter sous la forme d'un soleil :



Le groupe s'est interrogé sur les progressions existant dans les classes à propos de l'enseignement des fractions et des décimaux. Deux ont été évoquées (l'auteur J.F-F de ce compte rendu en ajoute une troisième).

- ?? La première consiste à démarrer avec les fractions ordinaires, à passer par les fractions décimales (cad à dénominateur égal à 10, 100, 1000 etc.) pour arriver aux écritures à virgule qui apparaissent comme le recodage des fractions décimales après avoir été décomposées. N'oublions pas que cette progression n'est pas si récente, c'était déjà celle de R. EILLER dans sa fameuse collection de manuels *Maths et calcul*, publiés chez Hachette dans les années 1980. Cette progression est celle préconisée dans les textes officiels depuis longtemps et particulièrement ceux de 2002 et 2007.
- ?? La deuxième consiste à démarrer par les mesures de grandeurs. Elles sont souvent exprimées à l'aide de deux unités, par exemple les euros et les centimes, les mètres et les centimètres, les kilogrammes et les grammes. On commence par ne garder qu'une seule unité (ici les euros, les mètres, les kilogrammes) et à écrire la mesure à l'aide d'une virgule. Les fractions sont introduites séparément à l'aide des parts de tarte ou de pizza. La jonction entre les deux progressions se fait en montrant qu'un centième de mètre, c'est bien 0,01 mètre, un centième d'euro, c'est bien 0,01 euro, idem pour les millimètres (par rapport au mètre) ou les grammes (par rapport au kilogramme).
- ?? Ceux qui disposent encore de manuels datant de la période des mathématiques modernes ou qui se souviennent de cette époque peuvent citer une troisième voie : partir des nombres entiers et changer d'unité de référence, par exemple prendre la plaque des centaines, pour écrire le même nombre avec cette nouvelle unité on aura besoin d'introduire une virgule (c'est ce qui se passe quand on prend l'unité des millions pour donner un nombre d'habitants). Voici donc pour les écritures à virgule ; pour les fractions le scénario assez long faisait une large place aux opérateurs (de multiplication ou de division), aux chaînes d'opérateurs (une fraction était la composée d'une multiplication et d'une division).

Pour trancher, il faudrait se reporter aux débats qui ont eu lieu à la fin des mathématiques modernes, mais l'idée principale qui a fait choisir la première progression c'est que la deuxième voie renforce la conception fautive selon laquelle un nombre décimal serait la juxtaposition de deux nombres entiers. Cette conception fautive mène les élèves tout droit à l'erreur suivante :

$3,12 > 3,5$  parce que  $12 > 5$ .

**Affaire à suivre donc...**

### Constats de départ

- Les problèmes à une opération proposés dans l'évaluation CM2 cette année n'ont pas été bien réussis : erreurs dans le choix de l'opération, alors que les problèmes étaient très classiques, erreurs de calcul.
- Difficultés pour les élèves à se représenter les situations décrites dans les énoncés.
- Des stéréotypes de comportement face aux énoncés qui nuisent à leur compréhension, à leur réussite : par exemple, ne prendre que les nombres écrits en chiffres, ne pas tenir compte des unités, etc. Certains élèves donnent l'impression de ne pas savoir ce qu'ils cherchent.

### Questions

- Est-il pertinent (indispensable / urgent ) de mettre dans les énoncés des nombres écrits en lettres ?
- Comment intervenir sur ces difficultés ? Quand intervenir dans le déroulement d'une séance ou d'une séquence ?
- Est-il toujours pertinent d'avoir des séances spécifiques centrées sur la résolution de problèmes ?
- Comment bâtir une éventuelle progression ?

### Amorces de propositions de réponses

A propos des nombres écrits en lettres, il nous semble que cette difficulté parasite le travail de certains élèves, qu'elle constitue un piège de plus dans une activité déjà complexe.

Conclusion : hormis les tout petits nombres (cad inférieurs à 10), on écrira les nombres en chiffres. C'est d'ailleurs la pratique courante dans les écrits sociaux (affiches, articles de journaux, etc., même sur les chèques puisqu'ils sont la plupart du temps remplis par une machine).

Les idées principales sont de

- se recentrer sur des types (ou catégories) de problèmes qui nous paraissent fondamentaux
- ne pas constamment déstabiliser les élèves (par des changements de contextes trop fréquents ou non accompagnés, par des changements de supports de présentation des données, par des structures de problèmes trop rapidement diversifiés, ...)
- respecter les démarches personnelles des élèves (privilégier la formulation d'une démarche personnelle pertinente sur l'utilisation experte<sup>1</sup> d'une opération)
- pour faire évoluer les démarches des élèves, ne pas avoir peur d'une certaine systématisation et bien sûr jouer sur la taille des nombres
- ne pas choisir des nombres en dehors des domaines du calcul familier aux élèves (la taille des nombres peut être une variable de différenciation).

Qu'est-ce qu'un type de problèmes ?

Exemples de grands types de problèmes : les problèmes additifs et/ou soustractifs dits de transformation<sup>2</sup> (plusieurs sous-types de problèmes, ceux où l'on cherche l'état final, ceux où l'on cherche l'état initial, ceux où l'on cherche la valeur de la transformation) ; les problèmes

---

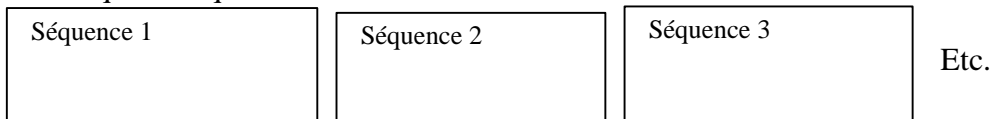
<sup>1</sup> On voit très bien dans l'évaluation que certains élèves ont été gênés par l'obligation de choisir une opération : certains ont préféré réaliser des dessins ou des schémas.

<sup>2</sup> Exemple : « Eric avait  $x$  billes en arrivant à l'école. Il joue à la récréation. A la fin de la récréation il a  $y$  billes. Eric a-t-il perdu ou gagné des billes ? Combien ? » Ici la question porte sur la transformation, avec un énoncé différent, mais avec le même contexte, elle aurait pu porter sur le nombre de billes d'Eric avant de jouer.

additifs et/ou soustractifs dits de comparaison<sup>3</sup> (plusieurs sous-types aussi surtout en fonctions des expressions employées « trop », « assez », « manque », « plus que », « moins que », etc.) ; les problèmes à une multiplication ; les problèmes à une division ; les problèmes à étapes ; les problèmes de proportionnalité, etc. La liste n'est pas exhaustive, ni sans doute assez affinée. Elle apparaîtra en fin d'année ! Et il y en aura plusieurs car les classes ne sont pas toutes semblables.

### Organisation globale

Des séquences qui se succèdent.



Chaque séquence comprendrait :

- une ou deux séances pour la (re)découverte d'un type de problème, le repérage des difficultés particulières pour ce type de problèmes, la description (par les élèves et/ou le maître) d'une ou quelques procédures pertinentes (prévoir les référents dans la classe pour ce type de problème), la mise en relation des diverses procédures pertinentes ;
- quelques séances de consolidation sur le même type de problèmes (référents accessibles puis ôtés, selon les élèves, selon les classes...)
- quelques séances de révision (cad sur les divers types de problèmes déjà travaillés, mélangés).
- Selon le type de problèmes, le nombre de séances pourrait être diminué.

### Organisation par séance

Pendant la première séance :

Lecture silencieuse de l'énoncé, lecture à haute voix (un élève bon lecteur / le maître).

Phase de verbalisation : de quoi parle l'énoncé, où est la question ? Relecture de la question.

Explications si nécessaire, sans aller trop loin pour ne pas dénaturer le problème.

Résolution individuelle, puis à deux (tutorat)

Discussion sur les méthodes de résolution.

Synthèse sur les méthodes pertinentes reprises sur une affiche par le maître.

**A poursuivre, tester, discuter et compléter.....**

---

<sup>3</sup> Exemple : « Eric a  $x$  billes, Carole a  $y$  billes. Qui en a le plus ? Combien de plus ? » Ou bien « Eric a 12 billes de plus que Carole. Eric a 18 billes. Combien de billes a Carole ? »